

Управление образования города Пензы  
МКУ «Центр комплексного обслуживания и методологического обеспечения  
учреждений образования» г. Пензы  
МБОУ «Лицей современных технологий управления № 2» г.Пензы

**Открытый региональный конкурс исследовательских и проектных  
работ школьников «Высший пилотаж - Пенза» 2022**

## **«Практикум по изучению темы " Модуль числа"»**

Выполнил: Полежаев Александр Иванович,  
9 «Г» класс,  
Муниципальное бюджетное  
Общеобразовательное учреждение  
«Лицей современных  
Технологий управления №2» г.Пензы.

Руководитель: Хальметова Наиля Ханифовна,  
учитель математики высшей категории,  
муниципальное бюджетное общеобразовательное  
учреждение «Лицей современных  
технологий управления №2» г.Пензы.

Пенза  
2022 год

---

✉ 440008, г. Пенза, ул. Бакунина, 115

☎- телефон /841-2/ 54-20-44; e-mail: [school02@guoedu.ru](mailto:school02@guoedu.ru)

<http://www.lstu2.ru>

## *Оглавление*

<i><u>Введение</u></i> .....	<i>4</i>
<i>Понятие модуля</i> .....	<i>5</i>
<i>Способрешения 1</i> .....	<i>6</i>
<i>Способ решения 2</i> .....	<i>6</i>
<i>График функции</i> .....	<i>7</i>
<i>Два модуля в задаче</i> .....	<i>8</i>
<i>Результаты исследования</i> .....	<i>10</i>
<i>Заключение</i> .....	<i>11</i>
<i>Список источников</i> .....	<i>12</i>
<i>Приложение</i> .....	<i>13</i>

***Актуальность:***

Модуль – одна из важных и актуальных тем в школьном курсе математики. Модули впервые встречаются в 6-7 классах и не вызывают в начале изучения особых сложностей. Но стоит увидеть знак модуля в уравнениях, неравенствах, заданиях на построение графиков, то желающих разобраться с этой «загадочной темой» среди учеников становится гораздо меньше! Понимание определения модуля числа и умение его применять для решения задач помогают развить и сформировать логическое, вариативное, нестандартное мышление. Задачи с модулем входят в ЕГЭ, ОГЭ, встречаются в различных олимпиадах.

***Объект исследования:***

Задачи для подготовки к олимпиадам и итоговой аттестации.

***Предмет исследования:***

Материалы теоретических работ и пособий по теме «Модуль», задачи, неравенства и уравнения с модулем из ОБЗ ГИА.

***Цель исследования:***

- Обработка теоретического материала (его изучение, отбор, обобщение, классификация, сжатие, и представление в доступном виде)
- Демонстрация областей, в которых применяются задачи на модули.
- Создание тренировочной игры, головоломок.

***Гипотеза исследования:***

Есть способ (способы) решения задач с модулем, доступные для учащихся 7-9 классов, позволяющие освоение темы «Модуль» сделать доступным большей части обучающихся.

***Проблема:***

Сложности, возникающие при решении задач с модулем; недостаточность теоретических знаний и практических навыков.

***Задачи исследования:***

- Найти всевозможную информацию по обозначенной теме.
- Узнать причину проблем, связанных с решением задач на модули.
- Провести социологический опрос с целью выявления затруднений при решении задач с модулем.
- Сделать выводы по результатам опроса.
- Создать обучающую игру для повторения и изучения темы модули.

***Практическая значимость:***

Работа относится к прикладным исследованиям, материалы проекта помогут научиться решать задачи с модулем, которые будут встречаться в ЕГЭ, ОГЭ и различных олимпиадах многим выпускникам основной и средней школы

#### ***Методы исследования:***

- Анализ и изучение различных источников по теме исследования;
- Обобщение и систематизация математического материала;
- Отбор эффективных способов решения уравнений с модулем.

#### ***Новизна исследования:***

Изучая данную тему, я научился решать более сложные и необычные задачи с модулями; расширил и углубил свои знания в этой области.

## **Введение**

Модуль – это довольно сложная тема, помогающая развивать мышление и логику. Мы должны понимать и хорошо знать свойства модулей и способы решения задач. Часто задания с модулями встречаются в олимпиадах.

В курсе математики одним из важных понятий, которому отведено достаточно большое внимание, является понятие «модуля действительного числа». Оно находит широкое применение в самых разных разделах математики, физики, технических науках, архитектуре, программировании, машиностроении. Абсолютная и относительная погрешность, модуль вектора, предел функции — вот далеко неполный перечень применения понятия «модуль действительного числа». Данная тема широко востребована в заданиях, встречающихся в итоговой аттестации, на олимпиадах различного уровня. С понятием «модуль» учащиеся знакомятся в 6 классе и продолжают работу вплоть до 11. В школьном курсе математики содержится много материала, связанного с уравнениями и неравенствами. Но, к сожалению, уравнениям и неравенствам с переменной под знаком модуля отведено мало времени на изучение. Что в свою очередь ведет к тому, что у учащихся возникают трудности при решении подобных заданий. Например, на изучение темы «Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля» выделено при базовом уровне 1 час в неделю, при профильном уровне 2 часа в неделю, а на «Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля» отводится 4 часа, на «Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля» 6 часов. Стоит отметить, что решение данных уравнений - эффективный способ повторения и закрепления навыков решения других видов уравнений: линейных, квадратных, дробно-рациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических.

### Из истории появления понятия модуля.

Слово «модуль» произошел от латинского названия *modulus*, что в переводе обозначает слово «мера».

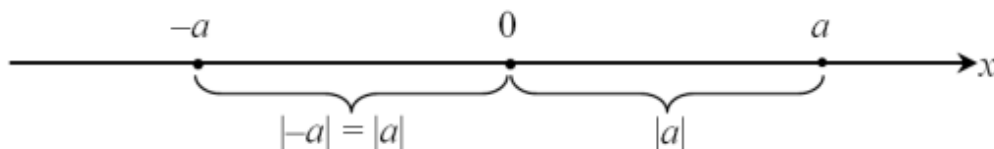
Считается, что модуль впервые ввёл английский математик и философ Роджер Котс (1682 – 1716), ученик знаменитого учёного Исаака Ньютона. Великий немецкий физик, изобретатель, математик и философ Готфрид Лейбниц также в своих работах и трудах использовал функцию модуля, которую он обозначил  $\text{mod } x$ . Современное обозначение модуля как абсолютной величины было дано еще в 1841 году выдающимся немецким математиком Карлом Вейерштрассом. Обозначение модуля было введено в 1841 году немецким математиком Карлом Вейерштрассом (1815 — 1897). В начале девятнадцатого века математики Жан Робер Арган (1768 — 1822) и Огюстен Луи Коши (1789 — 1857) ввели понятие «модуль комплексного числа», который изучается в курсе высшей математики. Вычисление модуля довольно просто, поэтому сейчас это действие доступно каждому школьнику, знающему определение модуля. Функцию модуля ввели в список стандартных функций фактически всех языков программирования.

### Модуль в математике.

*Модулем* или абсолютной величиной действительного числа  $a$  называется само это число, если оно неотрицательно, или противоположное ему число, если оно отрицательно:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

**Геометрическая интерпретация модуля.** Геометрически модуль числа можно интерпретировать как расстояние от начала координат до точки, соответствующей числу  $a$



Данное определение согласуется с определением модуля числа. Расстояние от начала отсчета до точки, которой соответствует положительное число, равно этому числу. Нулю соответствует начало отсчета, поэтому расстояние от начала отсчета до точки с координатой 0 равно нулю. Расстояние от начала отсчета до точки с отрицательной координатой равно числу, противоположному координате данной точки, так как равно расстоянию от начала координат до точки, координатой которой является противоположное число. Например,  $|9|=9$  и  $|-9|=9$  — так как расстояние от точек с координатами 9 и  $-9$  до начала отсчета равно 9.

Казалось бы модуль не вызывает сильных проблем, ведь всем понятно, как находить модуль числа. На самом деле проблемы есть, и очень серьезные.

Избавления от модулей связано с наиболее простыми задачами и уравнениями. Для грамотного их решения потребуется его геометрическая интерпретация: с точки зрения

геометрии модуль числа — это расстояние от соответствующей точки на координатной прямой до 0.

*Пример 1.* Решить уравнение  $|x| = 1$

Это простейшее уравнение с модулем, и очень часто задачи удается свести к решению нескольких таких уравнений. Это уравнение можно решить, рассуждая двумя способами: алгебраически и геометрически.

**Способ1** (*алгебраический*). Вспомним, что модуль числа — это абсолютная величина числа, то есть модуль просто убирает перед числом знак минус. Тогда чему могло быть равно число  $x$ ? Очевидно, что это два противоположных выражения, в нашем случае 1 или -1.

**Способ2** (*геометрический*). Вспомним, что  $|x|$  — это расстояние от точки  $x$  до 0. Нам известно, что  $|x| = 1$ , т.е. точка  $x$  удалена от 0 на расстояние 1. Следовательно,  $x = \pm 1$ , в зависимости от того, в какую сторону откладывать отрезок длины 1. Важно помнить, что отрезок можно откладывать от точки 0 в две стороны, и не терять второй ответ со знаком минус.

Ответ:  $x = \pm 1$

*Пример 2.* Решить неравенство  $|x| < 1$

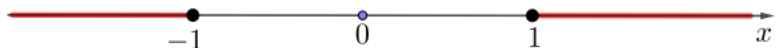
Понимая геометрический смысл модуля, рассуждаем, что это расстояние меньше 1. Точки, отдаленные от 0 на расстояние меньше одного будут располагаться на интервале  $(-1;1)$



Ответ:  $-1 < x < 1$ .

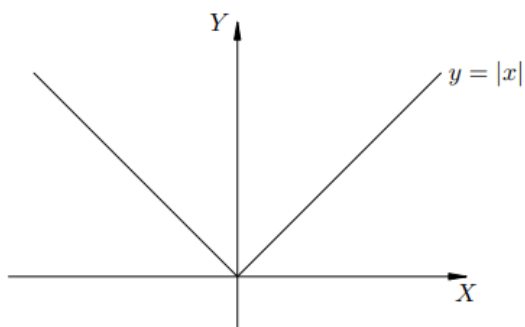
*Пример 3.* Решить неравенство  $|x| \geq 1$ .

Для решения этой задачи изображение будет другим: нам нужны точки, расположенные от 0 дальше, чем +1. Поэтому здесь ответом будут два луча.



Ответ:  $x \leq -1, x \geq 1$

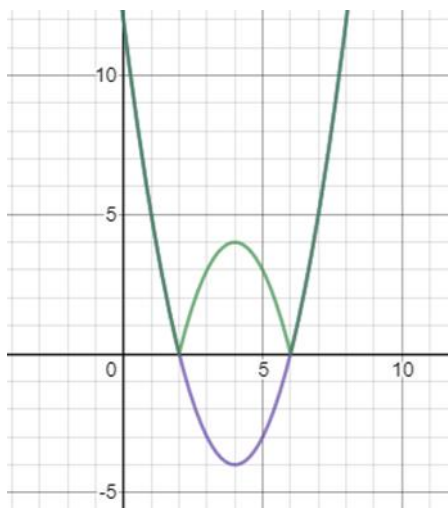
*Пример 4.* Стоит также напомнить про график функции  $y = |x|$ . Для  $x \geq 0$  функция будет выглядеть так:  $y = x$ , а для  $x < 0$   $y = -x$ .



Используя график функции, мы сможем решать уравнения с модулем. Они не сильно отличаются от решения простых уравнений, но всё же имеют свою особенность.

*Пример 5.* Построить график функции  $y = |x^2 - 8x + 12|$

Благодаря модулю область значения данной функции  $y \geq 0$ . Следовательно, график расположен над осью абсцисс или касается её. Для решения нам нужно построить график  $y = x^2 - 8x + 12$ . Часть, которая лежит над осью  $Ox$  оставить без изменения, а вторую часть, находящуюся под осью абсцисс, отразить симметрично относительно оси  $Ox$ .



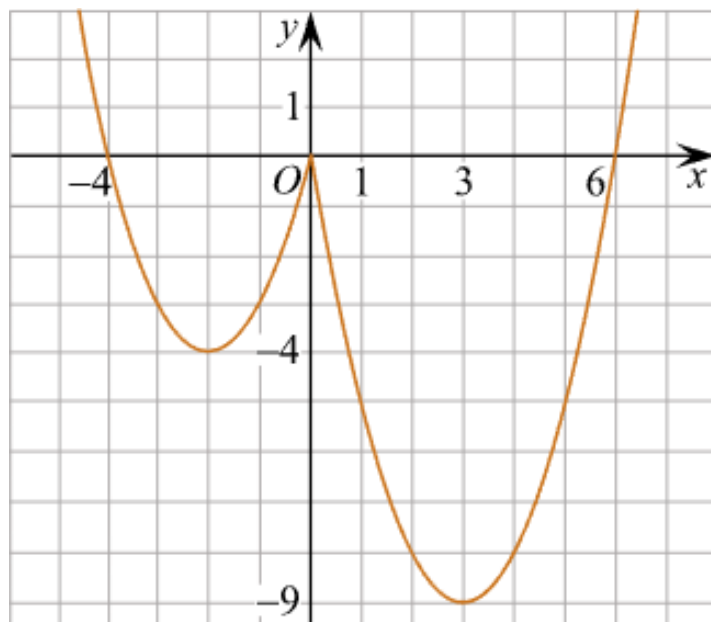
В ОГЭ такие задания даются с параметром, что делает их сложнее, и необычнее. Они встречаются под 22 номером, и с ними справляются не все, поэтому я предлагаю решить одно такое:

*Пример 6.* Постройте график функции  $y = x^2 - 5|x|$  - и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.

Раскрыв модуль, получим

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{при } x < 0, \\ x^2 - 6x, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Построим график функции:



Из графика видно, что график функции  $y = c$  имеет ровно 3 общие точки с графиком функции  $y = x^2 - 5|x|$  - х при  $c = -4$  и  $c = 0$

Ответ:  $c = -4$ ,  $c = 0$ .

### Но как же быть, если в задаче используется не один, а 2 модуля или больше?

При решении простейших уравнений и неравенств мы использовали тот факт, что в правой части стоит константа, а модуль один.

Рассмотрим два примера. Первый пример содержит один модуль и может быть решен с использованием алгебраического определения модуля. Во втором же примере модулей будет больше, поэтому рассуждения придётся модифицировать.

*Пример 6.* Решить неравенство  $|x - 1| > \frac{3}{2} - 2x$

По своему внешнему виду оно похоже на простейшее неравенство  $|x - 1| > \frac{3}{2}$ , которое мы сможем решить, используя геометрический смысл модуля, но справа стоит не число, а выражение, содержащее  $x$ . Пока что попробуем решить наше неравенство, используя определение модуля.

Проблема заключается в том, что мы не знаем, чему равно выражение  $|x - 1|$ : оно может равняться как  $x - 1$ , при  $x = 2$ , или  $x - 1$ , при  $x = 0$ . Какой из этих случаев выбрать? Вероятно, из-за того, что возможны оба случая, нам нужно рассмотреть и тот, и другой. В каком же из случаев  $|x - 1| = x - 1$ ? Если следовать определению модуля, это произойдет, когда подмодульное выражение  $x - 1$  неотрицательно, т.е. когда  $x - 1 \geq 0$ . Следовательно, если  $x - 1 > 0$ , то наше неравенство приобретает следующий вид:  $x - 1 > \frac{3}{2} - 2x$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 1 > \frac{3}{2} - 2x \end{cases}$$

Решив эту систему совместно, получим:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 1 > \frac{3}{2} - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x > \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x \geq 1}.$$

Также нам необходимо рассмотреть второй случай, когда модуль  $|x - 1|$  раскрывается с

$$\begin{cases} x - 1 \leq 0 \\ -(x - 1) > \frac{3}{2} - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} < x \leq 1}.$$

минусом:





$$\begin{array}{l}
1. \left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ (x-3) + (2x-4) - (x+1) - 2x - 4 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ -12 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in \emptyset. \\
2. \left\{ \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3 \\ -(x-3) + (2x-4) - (x+1) - 2x - 4 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3 \\ x < -3 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in \emptyset. \\
3. \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 2 \\ -(x-3) - (2x-4) - (x+1) - 2x - 4 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 2 \\ x < \frac{1}{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow \boxed{-1 \leq x < \frac{1}{3}}. \\
4. \left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ -(x-3) + (2x-4) + (x+1) - 2x - 4 > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -1 \\ x < 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \boxed{x \leq -1}.
\end{array}$$

Ответ:  $x < \frac{1}{3}$

Уравнения и неравенства с модулем встречаются на ЕГЭ в 14 заданиях. Несмотря на то, что это задания для 11 классов, они уже сейчас доступны нам для понимания и решения. Осталось только изучить их разновидности и особенности.

*Пример 8.* Решить уравнение  $x^2 + 2|x| - 3 = 0$ .

Одно из заданий ЕГЭ может показаться трудным, но такое уравнение очень просто решается методом замены. Поскольку  $x^2 = |x|^2$ , то можно провести замену  $|x| = t$  и получить:

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ |x| = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \text{решений нет} \end{cases}$$

Ответ:  $\pm 1$

### Результаты исследования.

Для того чтобы узнать, в чём появляются проблемы у школьников при решении задач с модулем, я провел исследование среди лицеистов 8-9 классов, после которого подтвердилась первоначальная мысль, что многие ученики очень плохо знакомы с данной темой.

В опросе участвовали обучающиеся с 13 до 15 лет из двух профилей: социально-экономического и физико-математического. Им необходимо было решить задачи с модулем и ответить на общие вопросы о них. Также было 2 задания профильного уровня: 1 график, 1 уравнение.

### Социально-экономический профиль.



Как можно видеть по графику: общими знаниями о модулях обладают 94% отвечающих, что является вполне хорошим результатом. Куда хуже ситуация обстоит с уравнениями и графиками, их правильно решили 62 и 56% учеников соответственно. С профильными же заданиями смогли справиться лишь 40% из проходивших тест.

#### ***Физико-математический профиль.***



На физико-математическом профиле результаты лучше. На простые вопросы, касающиеся общих знаний о модулях, смогли ответить все. Уравнения вызвали затруднение лишь у 8% учеников, а графики у 12%. С профильными же заданиями на физ-мате смогли справиться куда больше человек, чем на соц-экономе. Очевидно, это произошло из-за направления профилей. По результатам опроса можно понять, что задания с модулем сложнее даются ученикам гуманитарного направления, а для тех, кто плотно связывают свою жизнь с математикой, модуль не является проблемой.

#### **Заключение:**

Модуль числа – важная тема, которая преследует нас на всем математическом пути. Их свойства, способы решений очень различны. Они могут в одном случае сделать уравнение громоздким, а в другом сократить решение в несколько раз. Выбор пути решения таких задач будет очень нестандартным, а нахождение наиболее рационального решения заставит нас мыслить шире обычного и откроет новые горизонты в познании. Умение

решать задачи с модулем также позволит нам справиться и получить большие баллы на итоговой аттестации.

### Результаты проекта:

На основе проделанной работы я создал настольную игру, на основе игры «Аркхэм», которая по ходу прохождения ее этапов столкнет участников с задачами на модули. В ней вам придется самим выбирать ветви сюжета, играя при этом в одной команде со своими друзьями. Вы сможете получать бонусы за решение задач, даже если вы несильны в математике, ведь в этой игре есть различные уровни сложности. От ваших выборов и старания в решении примеров вы сможете изменять линию сюжета как захотите.

Также я создал 2 простых мини игры-головоломки, которые вы сможете пройти в свободное время, и решить пару задач с модулем.

### Список использованных источников:

1: [https://ipi.sfu-kras.ru/files/elementarnaya\\_matematika.uravneniya\\_i\\_neravenstva\\_s\\_modulem\\_2020.pdf](https://ipi.sfu-kras.ru/files/elementarnaya_matematika.uravneniya_i_neravenstva_s_modulem_2020.pdf)

2: <https://static.my-shop.ru/product/pdf/277/2769268.pdf>

3: [https://www.sch2.ru/images/Method\\_materials/Bibikov-moduls.pdf](https://www.sch2.ru/images/Method_materials/Bibikov-moduls.pdf)

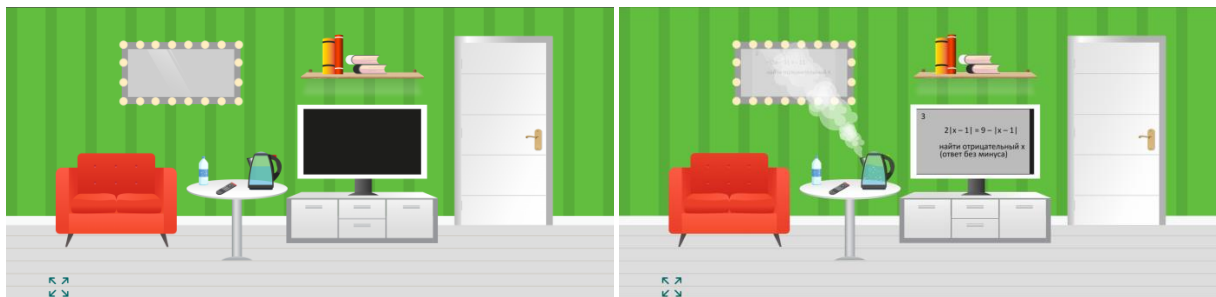
4: Задачник для учащихся А5 общеобразовательных организаций / [ А. Г. Мордокович, Л. А. Александровна, Т. Н. Мишустина и др. ] ; под ред. А. Г. Мордоковича. – 19-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2015.

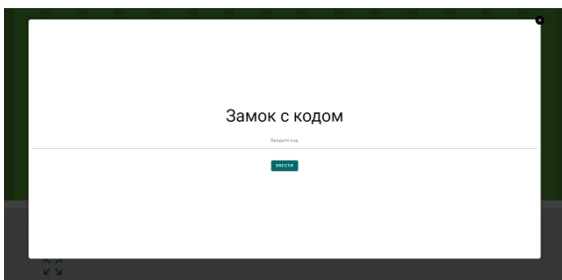
5: <https://oge.sdamgia.ru/>

6: <https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/modul-chisla/>

### Приложение:

1: *Мини игра – «Зелёная комната»*





<https://www.learnis.ru/545292/>

## 2:Мини игра – «Жёлтая комната»



<https://www.learnis.ru/545350/>

## Настольная ролевая игра по теме модуль числа «»

Разработка сюжета на основе настольной игры «Аркхем» выполнена Полежаевым Александром, учащимся 9 класса МБОУ ЛСТУ № 2 г.Пензы в 2021-2022 учебном году.

### Книга правил.

1. Ведущий игры предлагает выбрать **карту сыщика** (маг, следователь, официант из местных жителей, молодой ученый).

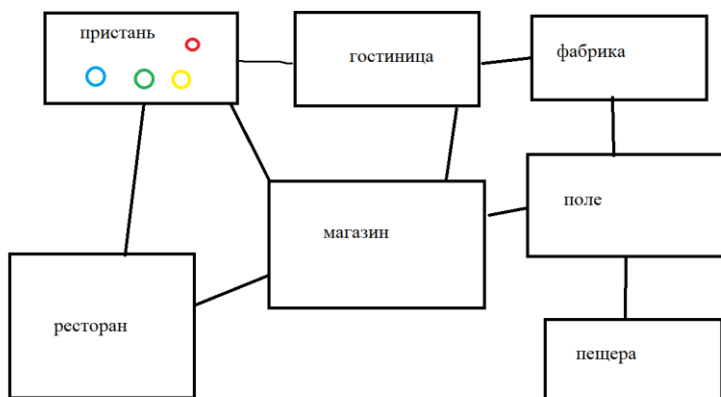
2. **Ведущий озвучивает легенду:** « Молодой ученый несколько дней назад получил письмо: « Привет, пишу тебе, рассказать о случае, произошедшем со мной недалеко от города, в поле. Ко мне подошел незнакомый человек в черном. Он появился из ниоткуда и предложил сыграть в «Игру карася» за 1 000 000 \$ и показал чемодан с деньгами. Я должен был взять каменную рыбку из руки большой статуи богини, находящейся в пещере неподалёку. Согласившись, мы проследовали туда. Это были самые лёгкие деньги в моей жизни, только есть один маленький минус - когда я взял карася, в полу открылся громадный разлом. Думаю, это так называемый ад. Без понятия,

### Карта игрока

Имя
Сыщик
♥ здоровье ↓ урон
Инвентарь

Монстр
♥ здоровье ↓ урон

как наши миры слились, но это произошло. Я попытаюсь закрыть разлом, но без твоей помощи не справлюсь. И прихвати с собой пару друзей. Поторопись...



**3.** Выкладывает первую *карту-локацию* «Пристань корабля».

**4.** Добавляется вторая карта-локация «Гостиница».

**5.** Третья карта- локация «Фабрика».

**6.** Четвёртая карта- локация «Ресторан».

**7.** Пятая карта-локация «Магазин».

**8.** Шестая карта-локация «Поле».

**9.** Седьмая карта-локация « Древняя пещера».

Игроки появляются на локации «Пристань». Необходимо помочь профессору

**1-й круг** Игроки выполняют два из возможных *действий*: движение ( перемещение на 1 локацию), событие( развитие сюжета в данной точке макс. для одной - 2), атака, побег, изучение( развитие основного сюжета с помощью улики).

**2-й круг** атакуют или идут к **ближайшему/слабейшему** игроку монстры, присутствующие на поле.

Очередность повторяется.

В локации « **Магазин** » вы можете получить 1 предмет за лёгкую задачу.

Локация «**Пещера**» открывается, когда вы прошли по 2 сюжета везде.

## События

### Пристань

1) Вы видите, как около борта стоит мужчина с болезненным видом. Он просит вас довести его до корабля. Вариант **1- довести, 2- отказаться.** 1- вы доводите его до корабля, затем он резко разворачивается, бьёт вас и убегает. Получите 1 урон. 2 – вы уходите от него.

2) К вам подходит статный мужчина: «Не хотите поучаствовать в викторине и выиграть приз?» Вариант **1- согласиться, 2 – отказаться.** 1 – решите среднюю задачу, при успехе получите улику. 2 – вы отказываетесь и уходите. Может приз стоил участия?

### Ресторан

1) Вы заходите в ресторан, садитесь за стол и заказываете поесть. Тут к вам подсаживается незнакомец и предлагает сыграть в «Игру Карася» за 1000 000 \$. Вариант **1- согласиться, 2- отказаться.** 1 – когда вы соглашаетесь, он протягивает шифр (решите среднюю задачу). При решении получите улику. Если не смогли, то отложите задачу к себе. Вы сможете решить её повторно в любой момент игры. Когда он протянул вам шифр в ресторан вошли три человека, выглядящие как бандиты. Вы посмотрели на них, а когда повернули голову обратно, незнакомец исчез. 2 – С невозмутимым видом он говорит: «Я вас понял». Встает и уходит. Вы засовываете руку в карман, и нащупываете шифр (выше).

2) Официант предлагает вам подзаработать. Работа простая – раздать накопившиеся заказы. Вариант **1 – согласиться, 2 – отказаться.** 1 – вы раздаёте заказы, и получаете немного денег. Возьмите 1 предмет из магазина. 2 – вы отказываете официанту. Вы не слышите, но он проклинает вас. Получите 1 монстра.

### Гостиница

1) Вы заказываете номер в гостинице, заходите в комнату, садитесь на кровать и чувствуете, что она выгибается. Приподняв матрас, заглядываете под него и видите сундук. Вариант **1 – открыть, 2 – не открывать.** 1 – вы открываете сундук, и оттуда вылезает неизвестное существо. (Получите 1 монстра.) 2 – Решив не открывать сундук, вы осматриваетесь, и замечаете горсть монет. Возьмите 1 вещь в магазине.

2) Засыпая, вы слышите странный шорох в углу комнаты. Вариант **1- проверить, 2 – не проверять.** 1 – взяв фонарик, вы смотрите в угол, откуда на вас выпрыгивает странное создание (получите 1 монстра). 2 – решив не проверять, вы продолжаете лежать. Звук не прекращался всю ночь и вы не выспались. Получите 3 урона.

### Фабрика

1) Зайдя на фабрику, вы видите множество рабочих, как вдруг 1 из них начинает неистово орать: «Где он?» Вы слышите, как ближайший к вам работник ворчит себе под нос: «Где же этот ученый? Его нет уже несколько дней, а работа без него стоит». «Слушай, а не мог бы ты нам помочь?» - обращается он к вам. Вариант **1 – согласиться, 2 –отказаться.** 1 – вы соглашаетесь (получите сложную задачу), при решении получите улику и 1 предмет из магазина, в противном случае, получите 1 предмет из магазина, в качестве утешительного приза. 2 – вы отказываетесь от работы и продолжаете путь.

2) На стене фабрики большими буквами написано: Услуги ученого – позвоните по номеру +7 963 102 3..... Под надписью лежит груда металлолома, из глубины которой виднеется блеск. Вариант **1 – разобрать, 2 – уйти.** 1 – вы решаете разобрать эту кучу. Оказалось, что блестящий предмет – это маленький ящик с паролем (возьмите среднюю задачу), при решении

возьмите 1 предмет из магазина, в обратном случае, не получите ничего. 2 – решив оставить загадочную кучу, вы уходите.

### Поле

1) В поле дует сильный ветер. В 50 метрах от вас стоит пугало, раскачиваясь во все стороны. Подойдя к нему, вы обнаруживаете кучу склянок с разными жидкостями, лежащими на земле. Возможно, это профессор оставил их тут. Но зачем? Тут вы замечаете, что у пугала в руке есть какая-то формула. Вариант **1- посмотреть, 2- забрать пригодные склянки с собой, 3- ударить по пугалу**. 1 – вы решаете посмотреть, что это за формула. Она затягивает вас, и вы не можете отвести от неё взгляд. (*Возьмите сложную задачу, при решении получите улику. В обратном случае, вы пропускаете 1 ход.*) 2 – вы решаете забрать пригодные склянки с собой. Уже подбирая последнюю, роняете все из рук. Все разбивается, и из земли вырастает большой клуб дыма. Он окутывает вас. Вы хватаетесь за пугало и.....ощущение кирпича под ногами и записки в руке. ( переместитесь на начальную точку, сбросьте все вещи, решите сложную задачу, при решении получите улику.) 3 – вы бьете пугало, а оно вас. Стоп, что? Где я? (переместитесь на начальную точку, сбросьте все вещи, решите сложную задачу, при решении получите улику.)

2) Подняв голову вверх, вы видите, что все вороны летят в одно место. Вы идёте в ту сторону, и натываетесь на большой белый дом. Он выглядит как большой куб, без окон, дверей, но с одним проходом, как раз под ваш рост. Вариант **1-зайти, 2- уйти**. 1 – вы заходите внутрь. Там вас встречает большой зал, который на вид в 5 раз больше куба. Его размеры вас не смущают, потому что вы уже общаетесь со странным пугалом, ведущим себя как лондонский джентльмен 18 века. Он говорит, что решит все ваши проблемы. Только выполните 1 просьбу: решите очень сложную задачу, над которой он ломает голову 3-й день. (*Решите сложную задачу, при решении получите улику. В обратном случае вы пропускаете 1 ход.*) 2- вы уходите с чистой душой от этого места.

### Древняя пещера

Зайдя в пещеру, вы обнаруживаете там вашего старого знакомого профессора и пропасть.

Посчитайте ваши улики: от 0 до 2 - 1 вариант, от 3 до 5 - 2 вариант.

1 вариант. Подойдя к нему, вы видите, что с ним что-то не так. Он смотрит на вас агрессивно и ничего не говорит. Неожиданно он восклицает : «Я всё ждал, когда же ты появишься! Ты как раз успел к тому, чтобы узреть разрушение твоего мира». Он щелкает пальцами и..... **Вы проиграли.**

2 вариант. Подойдя к нему, вы видите, что он весь в ожогах. «Осталась одна.....». Он указывает на книгу. (*Решите сложную задачу*).

**При решении** – большая пропасть в центре пещеры закрывается, и профессор падает на пол. Вы подбегаете к нему и трогаете его пульс. Его нет. Под столом блестит чемодан. В нем деньги, но какой смысл они уже имеют? **Вы победили!**

**Если не смогли решить** - профессор падает на пол. Вы подбегаете к нему. Он очень горячий, наверное, градусов 60. Из пропасти вылетает человек в чёрном и забирает профессора. Затем пропасть закрывается. **Вы победили..., а может и нет.**

### Карточки с заданиями (примеры)



### **Задания легкого уровня.**

- 1) Решите неравенство  $|3 + x| \leq 7$ . Ответ:  $[-5; 2]$
- 2) Найдите наименьшее значение выражения  $|x - 5| + |x - 12|$ . Ответ: 7
- 3) Решите неравенство  $|x| \geq 1$ . Ответ:  $x \leq -1, x \geq 1$
- 4) Решите неравенство  $|3 + x| \geq |x|$ . Ответ:  $[-1.5; +\infty)$

### **Задания среднего уровня.**

- 1) Постройте график функции  $y = x^2 |8x + 1|$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки. Ответ: 15,  $1/64$ .
- 2) Постройте график функции  $y = x^2 + 14x - 3|x + 8| + 48$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки. Ответ: 0, -0.25
- 3) Решить уравнение  $|2 - x| = 5 - 4x$ . Ответ: 1
- 4) Постройте график функции  $y = x|x| + 2|x| - 3x$ . Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки. Ответ:  $m = -0.25$  и  $m = 6.25$

### **Задание сложного уровня.**

- 1) Решить уравнение  $y = x|x| + 2|x| - 3x$ . Ответ: -0.25, 6.25
- 2) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $a|x + 1| + (1 - a)|x - 1| + 2 = 0$  имеет ровно 2 различных корня. Ответ:  $a < -3/4$  или  $a > 7/4$
- 3) Найдите все значения  $a$  при каждом из которых уравнение  $(2a|x - 1| - 2) - (1 + 2a)|x + 1| = 6$  имеет ровно 2 решения. Ответ:  $a < -1$  или  $a > 0.5$

### **Процесс игры:**



## РЕЦЕНЗИЯ

на научно-исследовательскую работу  
Полежаева Александра Ивановича  
(секция Математика)  
« Практикум по изучению темы «Модуль числа»

(научный руководитель -  
учитель математики Хальметова Н.Х.)

Задачи с модулем относятся к существенной и важной части содержания современного математического образования. Они помогают формировать и развивать у учащихся логическое, вариативное мышление, а также математическую культуру. Они входят в материалы для подготовки к урокам математики, факультативным занятиям, олимпиадам, ОГЭ, ЕГЭ.

Поэтому целью данного исследования стало изучение и поиск областей применения решения алгебраических задач, содержащих знак модуля, а также составление методического материала (создание учебно-развлекательной игры с современным сюжетом, головоломки-тренажеры).

Гипотеза, выдвинутая авторами исследования, о широком применении задач с модулем в практике подготовки к урокам математики, олимпиадам, итоговой аттестации и о способах решения подобных задач, доступных для учащихся 8-9 классов, подтверждается.

В работе установлены причины затруднений, связанных с решением задач с модулем; изучены способы раскрытия знака модуля и область применимости разобранных задач, составлена подборка задач для изучения разных методов решения задач из материалов учебника, олимпиад, ОГЭ, ЕГЭ. Также изучена осведомленность учащихся 8-9 классов о задачах с модулем и способах их решения.

Работа имеет чёткую структуру и состоит из введения, основной части, заключения и списка литературы. Материал игры и головоломок-тренажеров представлен в приложении. Работа написана грамотным научным языком. Оформление работы в целом соответствует предъявленным требованиям.

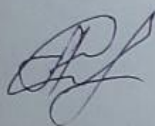
Результаты исследования представлены достаточно полно и наглядно. Для представления результатов исследовательской работы используются диаграммы. Чётко сформулирована цель, заострено внимание на постановке конкретных задач. Введение выглядит достаточно содержательным и ёмким, приведен исторический материал. В результате чёткого изложения цели работы в основной части научно-исследовательской работы присутствует логичность и последовательность.

Список литературы включает разнообразные источники, оформленные в соответствии с требованиями. Гипотеза о существовании способов решения задач с модулем, доступных для учащихся 7-9 классов, позволяющих освоение темы «Модуль» сделать доступным большей части обучающихся, подтверждается. Работа относится к прикладным исследованиям, ее результаты могут быть использованы при подготовке к олимпиадам и к ГИА, что свидетельствует о ее актуальности и практической значимости.

Стиль изложения материалов исследовательской работы Полежаева Александра научный. Работа имеет законченный характер и соответствует требованиям, предъявляемым к работам данного вида.

Рецензент:

Заместитель директора по НМР  
МБОУ ЛСТУ № 2



Степанова А.С.

20.12.2021