

I региональный конкурс научно-исследовательских работ
имени Д.И. Менделеева

Научно-исследовательская работа по математике
на тему:
«Секреты быстрого счёта»

Выполнили:

ученицы 6 «Б» класса

МБОУ СОШ №18

г. Пензы

Бубнова Алёна,

Зайцева Мария

Научный руководитель:

учитель математики

и информатики

Нагорская Ю.А.

г. Пенза, 2021

Оглавление

Введение.....	3
1. История возникновения способов вычислений.....	5
2. Характеристика методов вычислений.....	8
2.1. Методы сложения и вычитания.....	8
2.2. Методы умножения и деления.....	9
2.3. Математические трюки.....	11
3. Диагностический анализ устных вычислений обучающихся.....	14
Заключение.....	16
Список литературы.....	17
Приложения.....	18

Введение

Практически каждый урок математики в школе начинается с устного счета. И это не случайно, ведь быстро и правильно считать умеет не каждый ученик. Но тот, у кого это хорошо получается, более успешен на уроке. Это происходит потому, что умение быстро считать в уме экономит драгоценное время урока и для нас, как учеников, и для учителя. Учитель сможет дать больше материала во время урока, а ученик, соответственно, сможет приобрести больше знаний и умений. Мы знаем привычные для всех способы устного сложения и вычитания, умножения и деления чисел, которые заложены в рамках программного материала и умеем их применять. Но однажды на уроке учительница рассказала о некоторых незнакомых способах вычислений, что нам понравилось и очень заинтересовало, и предложила самостоятельно узнать больше информации о таких приемах быстрого счета. Мы считаем, что данная тема **актуальна**, так как человеку в любую минуту могут пригодиться вычисления, где бы он не находился: дома, на работе, в магазине, в транспорте и т.д. Устный счет – это своеобразная гимнастика для ума. Счет в уме является самым древним способом вычисления. Освоение вычислительных навыков развивает память и помогает легче усваивать предметы математического цикла.

Цель исследовательской работы – изучение различных приемов быстрого счета.

Задачи:

1. Изучить историю возникновения счета;
2. Рассмотреть различные приемы быстрого счета;
3. Поделиться данной информацией с одноклассниками;
4. Провести диагностику, в результате которой будет выяснено, улучшилось ли качество устного счета у учеников 6 «Б» класса;
5. Сделать выводы на основе полученных результатов.

Гипотеза: в старину говорили: «Умножение – мое мученье». Значит, раньше было сложно и трудно умножать. Просты ли наши современные способы различных вычислений, а не только умножения?

Объектом исследования являются алгоритмы счета.

Предметом исследования выступает процесс вычисления.

При работе мы использовали следующие **методы:**

- **поисковый** метод с применением научной и учебной литературы, а также поиск необходимой информации в сети Интернет;
- **практический** метод выполнения вычислений с применением нестандартных алгоритмов счета;
- **анализ** полученных в ходе исследования данных.

1. История возникновения способов вычислений

Числа были придуманы людьми, чтобы обозначать количество предметов: стрел в колчане, мешков зерна в амбаре, овец в стаде. Но эти величины непостоянны – количество предметов то увеличивалось, то уменьшалось, поэтому важно было складывать и вычитать. Когда числа были небольшими, это делалось просто: рисовали черточки на дереве, завязывали узелки на веревке. Пасет пастух стадо овец, на поясе у него веревка, а на веревке столько узелков, сколько овец в стаде. Родился ягнёнок – пастух завязал ещё один узелок. Утащили волки ещё двух овец - развязал два узелка. Вместо верёвки часто использовали живой «вычислительный прибор» - пальцы. Обычно так считают малыши. Большого труда стоит преподавателям отучить первоклассников от такого счёта и приучить к устному счёту в «уме». Однако наиболее стойкие продолжают считать на пальцах, держа руки в карманах, чтобы не видел учитель. А один первоклассник складывал числа, глядя на циферблат часов. С развитием цивилизации появились различные приёмы счёта. Они были необходимы и купцам, и ремесленникам, и тогдашним «банкирам» - ростовщикам. Однако искусством счёта владели не многие. Для расчётов привлекали специально обученных людей – счетчиков [1, с.10-11].

Умножение чисел сейчас изучают в первом классе школы. А вот в Средние века совсем немногие владели искусством умножения. Редкий аристократ мог похвастаться знанием таблицы умножения, даже если он окончил европейский университет. За тысячелетия развития математики было придумано множество способов умножения чисел. Итальянский математик Лука Пачоли в своём трактате «Сумма знаний по арифметике, отношениям и пропорциональности» (1494 г.) приводит восемь различных методов умножения. Один из них носит название «ревность», или «решётчатое умножение». Сначала рисуется прямоугольник, разделённый на квадраты, причём размеры сторон прямоугольника соответствуют числу десятичных знаков у множимого и множителя. Затем квадратные клетки, делятся по

диагонали, и «...получается картинка, похожая на решётчатые ставни-жалюзи, - пишет Пачоли. – Такие ставни вешались на окна венецианских домов, мешая уличным прохожим видеть сидящих у окон дам и монахинь».

Допустим, нужно умножить 987 на 12. Рисуем прямоугольник 3 на 2 (по количеству десятичных знаков у каждого множителя), затем квадратные клетки делим по диагонали, вверху таблицы записываем число 987, слева таблицы число 12, теперь в каждый квадратик впишем произведение цифр, расположенных в одной строчке и в одном столбце с этим квадратиком, десятки ниже диагонали, единицы выше. После заполнения всех треугольников, цифры в них складывают вдоль каждой диагонали справа стороны. Результат читаем по стрелке. (Рисунок 1)

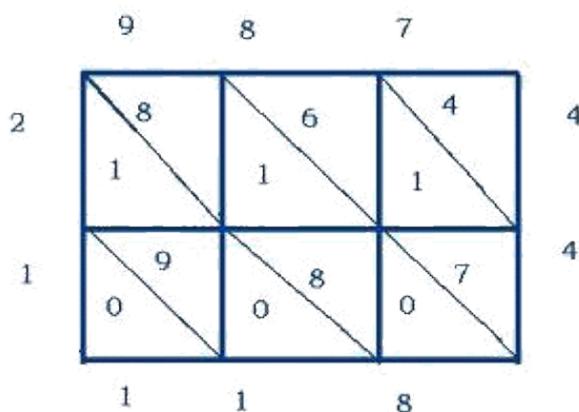


Рисунок 1.

В России среди крестьян некоторых губерний был распространён способ, который не требовал знания всей таблицы умножения. Он получил название «русский крестьянский способ умножения». Здесь необходимо было лишь умение умножать и делить числа на 2. Перемножим ещё раз числа 12 и 987 этим способом. Напишем одно из чисел слева, а второе – справа на одной строчке. Левое число будем делить на 2, а правое – умножать на 2 и результаты записывать в столбик. Если при делении возникнет остаток (т. е. делимое окажется нечётным числом), то он отбрасывается. Умножение и деление на 2 продолжаем до тех пор, пока слева не останется 1. Затем вычеркнем те строчки столбиков, в которых слева стоят чётные числа. Теперь сложим оставшиеся

числа в правом столбце – получим 11844. Это и есть произведение перемножаемых чисел [2, с. 15].

Хотя умножение в старину и считалось нелёгким делом, однако деление давалось ещё сложнее. В Италии до сих пор сохранилась поговорка «Трудное дело деление». Так обычно говорят, когда оказываются перед почти неразрешимой проблемой. В Средние века людей, умеющих производить деление, можно было пересчитать по пальцам. Их уважительно называли «магистрами деления». Они переезжали из города в город по приглашениям купцов, желавших привести в порядок свои счета. Методов деления придумано немало. Монах-математик Герберт, будущий Папа Римский Сильвестр II., привёл в своих сочинениях несколько способов деления на абак. При этом он придерживался таких принципов: во-первых, как можно меньше применять таблицу умножения, в частности не использовать умножение в уме двузначных чисел на однозначные; во-вторых, избегать вычитаний, заменяя их сложениями; в-третьих, работа должна выполняться автоматически, без проверок, при которых тоже могут появиться ошибки. Такие строгие ограничения он ввёл, учитывая, сколь неграмотны были монахи, производившие таблицы умножения. Но в итоге, правила Герберта оказались настолько сложными, что были непонятны даже самым прилежным счётчикам-абацистам.

Когда в Европе появился арабский способ деления, основанный на принятой сейчас позиционной десятичной системе счисления, он получил название «золотое деление». Им мы пользуемся и по сей день.

Кроме этих способов были и другие. История показывает, как тяжёл был путь выбора наиболее удобного варианта действий над числами. И не в последнюю очередь от этого зависит дальнейшее распространение и развитие математики как науки. Понятие числа прошло длинный исторический путь развития и наука о числах и действиях над ними необходима для прогрессивного развития человеческого общества [1, с. 29].

2. Характеристика методов вычислений

2.1. Методы сложения и вычитания

1) Сложение.

Основное правило для выполнения сложения в уме звучит так: чтобы прибавить к числу 9, прибавьте к нему 10 и отнимите 1; чтобы прибавить 8, прибавьте 10 и отнимите 2; чтобы прибавить 7, прибавьте 10 и отнимите 3 и т.д.

$$\text{Например: } 56+8=56+10-2=64;$$

$$65+9=65+10-1=74.$$

2) Сложение в уме двузначных чисел.

Если цифра единиц в прибавляемом числе больше 5, то число необходимо округлить в сторону увеличения, а затем вычесть ошибку округления из полученной суммы. Если же цифра единиц меньше, то прибавляем сначала десятки, а потом единицы.

$$\text{Например: } 34+48=34+50-2=82;$$

$$27+31=27+30+1=58.$$

3) Сложение трехзначных чисел (сложение по разрядам).

Складываем слева на право, то есть сначала сотни, потом десятки, а затем единицы.

$$\text{Например: } 359+523=300+500+50+20+9+3=882.$$

4) Вычитание.

Чтобы вычесть два числа в уме, нужно округлить вычитаемое, а затем подкорректируйте полученный ответ.

$$\text{Например: } 56-9=56-10+1=47;$$

$$436-87=436-100+13=349.$$

5) Вычитание числа, меньше 100, из числа, больше 100.

Если вычитаемое меньше 100, а уменьшаемое больше 100, но меньше 200, есть простой способ вычислить разность в уме.

Например, $134 - 76 = 58$. Число 76 на 24 меньше 100. 134 на 34 больше 100.

Прибавим 24 к 34 и получим ответ: 58.

Другой пример: $152-88=64$. Вычитаемое 88 на 12 меньше 100, а уменьшаемое 152 больше 100 на 52, значит $152-88=12+52=64$.

б) Сложение чисел, близких друг к другу по величине.

$$43 + 38 + 39 + 45 + 41 + 39 + 42 = 287$$

$$43 = 40 + 3$$

$$38 = 40 - 2$$

$$39 = 40 - 1$$

$$45 = 40 + 5$$

$$41 = 40 + 1$$

$$39 = 40 - 1$$

$$42 = 40 + 2$$

$$40*7=280, 3-2-1+5+1-1+2=7, 280+7=287 [5, с. 11-13]$$

2.2. Методы умножения и деления

1) Умножение и деление на 4.

Чтобы умножить число на 4, его дважды удваивают. Например:

$$214*4=(214*2)*2=428*2=856.$$

Чтобы число разделить на 4, его дважды делят на 2. Например:

$$124:4=(124:2):2=62:2=31$$

2) Умножение и деление на 5.

Чтобы умножить число на 5, нужно его умножить на 10 и разделить на 2. Например: $138*5=(138*10):2=1380:2=690$.

Чтобы число разделить на 5, нужно умножить его на 0,2, то есть в удвоенном исходном числе отделить запятой последнюю цифру.

$$\text{Например: } 345:5=345*0,2=69,0=69.$$

3) Умножение на 25.

Чтобы умножить число на 25, нужно его умножить на $\frac{100}{4}$, то есть умножить на 100 и разделить на 4. Например:

$$348*25=(348*100):4=(34800:2):2=17400:2=8700$$

4) Умножение на 1,5.

Чтобы умножить число на 1,5, нужно к исходному числу прибавить его половину. Например: $26 \cdot 1,5 = 26 + 13 = 39$

5) Умножение на 9.

Чтобы умножить число на 9, к нему приписывают 0 и отнимают исходное число. Например, $249 \cdot 9 = 2490 - 249 = 2241$.

6) Умножение на 11.

1 способ. Чтобы число умножить на 11, к нему приписывают 0 и прибавляют исходное число. Например: $47 \cdot 11 = 470 + 47 = 517$,
 $243 \cdot 11 = 2430 + 243 = 2673$

2 способ. Если хочешь умножить число на 11, то поступай так: запиши число, которое нужно умножить на 11, а между цифрами исходного числа вставь сумму этих цифр. Если сумма получается двузначное число, то 1 прибавляем к первой цифре исходного числа. Например: $45 \cdot 11 = 495$, $87 \cdot 11 = 957$.

Такой способ подходит только для умножения двузначных чисел.

7) Умножение двузначного числа с суммой цифр, меньшей 10, на 111.

$$42 \cdot 111 = 4662.$$

Находим сумму цифр данного двузначного числа ($4 + 2 = 6$). Раздвигая цифры множимого, дважды пишем между ними сумму цифр данного двузначного числа.

8) Умножение трехзначного числа на 11.

$$236 \cdot 11 = 2596$$

1. Цифру сотен множимого переносим в произведение в качестве цифры тысяч (2);

2. Цифру десятков множимого складываем с цифрой его сотен ($3 + 2 = 5$) и берем эту сумму в качестве сотен произведения;

3. Цифру единиц складываем с цифрой десятков множимого ($3 + 6 = 9$) и ставим эту сумму на месте десятков произведения;

4. Берем в качестве единиц произведения единицы множимого (6).

Ясно, что этот способ можно применять, если сумма цифр и десятков, а также сумма цифр десятков и единиц меньше 10

9) **Умножение на число, записываемое одними девятками.**

$$247 \cdot 999 = 246753$$

$$247 \cdot 999 = 247 \cdot (1000 - 1) = 247000 - 247 = 246999 - 246 = 246753$$

10) **Быстрое возведение в квадрат.**

Этот прием поможет быстро **возвести в квадрат двузначное число, которое заканчивается на 5:**

$$85 \times 85 = 7225$$

Шаг 1 - Умножаем первую цифру на первую цифру, увеличенную на единицу: $8 * (8 + 1) = 72$

Шаг 2 - Дописываем к получившемуся результату 25: 7225

$$45 * 45 = 2025$$

Шаг 1 - $4 \times (4 + 1) = 20$

Шаг 2 – 2025

11) **Сложное умножение.**

Если вам нужно умножать большие числа, причем одно из них — четное, вы можете просто перегруппировать их, чтобы получить ответ:

32×125 все равно, что: 16×250 все равно, что: 8×500 все равно, что:

$4 \times 1000 = 4000$ [3, с. 21-23].

2.3. Математические трюки

Первый трюк:

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

Второй трюк:

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$

$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

Третий трюк:

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

Четвертый трюк:

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

Любимая цифра.

Задумайте свою любимую цифру. А теперь выполните умножение (на калькуляторе) числа 15873 на любимую цифру, умноженную на 7. Например, если любимая цифра 5, то умножить нужно на 35. Получится произведение, записанное только любимой цифрой.

Возможен и второй вариант: умножить число 12345679 на любимую цифру, умноженную на 9, в нашем случае это число 45.

Объяснение этого фокуса достаточно простое: если умножить 15873 на 7, то получится 111111, а если умножить 12345679 на 9, то получится 111111111.

Угадать возраст.

Умножаем число своих лет на 10, затем любое однозначное число умножить на 9, из первого произведения вычесть второе и сообщить полученную разность. В этом числе “фокусник” должен цифру единиц сложить с цифрой десятков – получится число лет [6].

3. Диагностический анализ устных вычислений обучающихся

Практическая часть нашего исследования включает в себя изучение динамики развития вычислительных навыков учеников 6 «Б» класса МБОУ СОШ №18 г.Пензы. Была выдвинута следующая гипотеза: приемы быстрого счета помогают улучшить вычислительные навыки.

Для диагностики был составлен ряд однотипных упражнений на сложение, вычитание, деление и умножение, которые нужно было выполнить (Приложение 1). Работа проводилась с разноуровневой группой учеников из 8 человек.

Диагностика проводилась в несколько этапов:

- 1 этап. Проверка имеющихся навыков счета;
- 2 этап. Изучение способов сложения и вычитания;
- 3 этап. Ознакомление с новыми приемами умножения;
- 4 этап. Изучение способов деления.

На основе полученных результатов были составлены следующие диаграммы (рисунок 2, рисунок 3, рисунок 4):



Рисунок 2



Рисунок 3



Рисунок 4

Обработка результатов показала:

На «нулевом» этапе: письменно решено – 71%, время - 6мин 30сек.,

После изучения способов облегченных вычислений, во втором контрольном замеры: решено – 90%, время - 6мин 10сек

После непродолжительной тренировки (3 занятия), в третьем контрольном замеры: решено полностью устно– 98%, время- 5мин.

От замера к замеру количество нерешенных заданий уменьшается, а решенных увеличивается, растет и число заданий, выполненных устно. На примере группы учеников 6 «Б» класса уверенно прослеживается динамика развития вычислительных навыков устного быстрого счета. Значит, принимаем гипотезу о том, что с помощью приемов быстрого счета можно улучшить вычислительные навыки.

Заключение

В ходе научно-исследовательской работы мы изучили различные способы быстрого счета. Таким образом, была выполнена поставленная цель. Кроме того, успешно были реализованы и задачи исследовательской работы:

- изучена история возникновения счёта;
- рассмотрены различные приёмы быстрого счёта;
- проведена диагностика б «Б» класса;
- сделаны выводы на основе полученных результатов

Изучив историю развития вычислений, мы сделали вывод, что современные способы вычислений намного проще и удобнее, чем были ранее. А знать их необходимо каждому человеку. И научиться вычислять в уме может любой человек. Это наглядно подтверждает практическая часть нашей исследовательской работы.

Необходимым условием успешной деятельности, так или иначе связанной с вычислениями, является владение культурой счета. Основу культуры счета составляют вычислительные навыки, совершенствование которых возможно только с помощью регулярной практике. Нарботка вычислительных навыков должна быть систематической, ежедневной, надо стремиться к тому, чтобы как можно больше освоить “хитрых” приемов. Устный счет развивает механическую память, быстроту реакции, умение сосредоточиться, а поиски и обоснование новых приемов служат формированию логических умений.

Вот так простые устные упражнения на каждом уроке могут развить каждого из нас. Понадобится только желание и усердная работа для усовершенствования уже имеющихся навыков и приобретения новых!

Список литературы

1. Выгодский М.Л. Арифметика и алгебра в древнем мире - М. 1967 г.
2. Депман И. Истории Арифметики - М. 1965 г
3. Зайкин М.Н. Математический тренинг. - Москва, 1996.
4. Иванова Т. Устный счёт. // Начальная школа. – 1999, №7. - с. 11-14.
5. Интернет – ресурсы. URL: <http://sch69.narod.ru/mod/1/6506/hystory.html>
6. Липатникова Н.Г. Роль устных упражнений на уроках математики. // Начальная школа. - 1998, №2

Задания для тренинга.

Вычисли устно:

1) $67+9$

2) $197+8$

3) $35+86$

4) $384+697$

5) $51-8$

6) $125-84$

7) $62+58+65+54+51+67$

8) $132*4$

9) $219*5$

10) $915*25$

11) $137*9$

12) $73*11$

13) $63*111$

14) $221*999$

15) 75^2

16) 95^2