

**I региональный конкурс исследовательских работ
им.Д.И.Менделеева**

Секция: Математика

Какое жилье самое комфортное?

**Автор работы:
ученица 11 класса
МБОУ СОШ №3
Измайлова Юлия Игоревна**

**Место выполнения работы: МБОУ СОШ №3, Пензенская область,
г. Кузнецк**

Научный руководитель: Сергеева Е.В.

Содержание

Введение	3
Основная часть	
Глава 1. Немного истории	5
Глава 2. Изопериметрический коэффициент комфортности жилья	7
Глава 3 Вычисление коэффициента комфортности жилья разной геометрической формы	
Исследование на коэффициент комфортности жилья формы куба	5
Исследование на коэффициент комфортности жилья формы прямоугольного параллелепипеда	6
Исследование на коэффициент комфортности жилья пирамидальной формы	7
Исследование на коэффициент комфортности жилья конусообразной формы	8
Исследование на коэффициент комфортности жилья цилиндрической формы	9
Исследование на коэффициент комфортности комбинированного жилья	9
Исследование на коэффициент комфортности жилья сферической формы	11
Заключение.	14
Список литературы	15
Приложения	16

Введение

Природа создала много удивительного, прекрасного, упорядоченного. Жизнь в природе – это жизнь в гармонии с ней, с ее законами. Существует ли логическая дорога к этим законам, или к ним можно прийти только с помощью интуиции, основанной на чем-то таком, что подобно любви к объектам опыта?

Жилище – место жизни человека, место, где он рождается, растет, обзаводится семьей и потомством, творит и уходит в мир предков. Из жилища человек отправляется активно действовать: осваивать мир. Это кров. Укрытие, место покоя и порядка. Жилище как центр человеческой вселенной осознается почти повсеместно. Но в зависимости от образа жизни и места на земном шаре оно имеет большую или меньшую значимость для человека. Вместе с этим каждый человек стремится к более высокому качеству жизни, которое зависит от комфортности условий, обеспечивающих жизнедеятельность человека.

Существует зависимость между комфортом нашего дома и его математическими характеристиками: например, объемом и площадью. Ученые предложили формулу вычисления комфортности жилища: $K = \frac{36\pi V^2}{S^3}$ Здесь V – объем жилища (например, вашей комнаты) и S – полная поверхность жилища, включая пол! Самым комфортным считается жильё с коэффициентом $k = 1$.

При анализе заданий эвристических олимпиад эта задача у нас вызвала наибольший интерес, т.к. в ней содержится попытка объяснить противоречие между интуитивным подходом в строительстве жилища различных народов и современными научными обоснованиями существующей математической формулы комфортности жилища, позволяющее более полно провести исследование. Этот факт позволил нам сформулировать проблему исследования.

Проблема исследования заключается в выявлении математических условий, при которых жилище можно считать комфортным.

Объект исследования: математические параметры и характеристики жилья разных народов.

Предмет исследования: изопериметрический коэффициент комфортности жилища.

Цель исследования: выявить и определить на основе формулы комфортности жилища математические параметры и характеристики комфортного жилья, сделать попытку изменения этих характеристик для рекомендаций различным народам в

сторону улучшения комфортности их национального жилища, т.е. повышения качества жизни.

Для достижения цели мы руководствовались следующей **гипотезой**: существуют математические условия для повышения коэффициента комфортности жилища.

Исходя из цели и рабочей гипотезы, были поставлены следующие **задачи исследования**:

1. Изучить и исследовать формулу изопериметрического коэффициента комфортности жилища.
2. Изучить теоретический материал для вычисления площади и объема геометрических тел.
3. Проанализировать параметры и характеристики жилищ разных народов.
4. Определить и сравнить комфортность жилищ разных народов.
5. Предложить свои математические характеристики для повышения коэффициента комфортности жилищ.

Этапы исследования (план работы):

Первый этап (октябрь-ноябрь 2020г.) был связан с выбором и теоретическим осмыслением проблемы и темы исследования.

Второй этап (декабрь 2020-февраль 2021г) был посвящен изучению формул для нахождения объема и площади поверхности геометрических тел, изучению и осмыслению существующей формулы коэффициента комфортности жилища.

Третий этап (март-апрель 2021г) был посвящен формирующему эксперименту по вычислению и исследованию коэффициентов комфортности жилищ разных народов, в ходе которого решались следующие исследовательские задачи:

1. Сравнение коэффициентов комфортности жилищ различных народов одной геометрической формы в условиях изменения их размеров.
2. Формировалась попытка создания наиболее комфортного жилища в современных условиях для нас (европейцев).

Методы исследования: наблюдение, вычислительные методы, метод сравнения и анализа.

Немного истории

Содержащиеся в дошедших до нас папирусах геометрические сведения и задачи почти все относятся к вычислению площадей и объемов. В них нет никаких указаний на способы вывода тех правил, которыми пользовались египтяне для вычисления длин, площадей и объемов; часто употреблялись правила приближенных подсчетов. Высшим достижением египетской геометрии следует считать точное вычисление объема усеченной пирамиды с квадратным основанием, содержащееся в «Московском папирусе».

Интересно отметить некоторые черты развития практической геометрии в Древней Руси. Уже в XVI в. нужды землемерия, строительства и военного дела привели к созданию рукописных руководств геометрического содержания. Первое дошедшее до нас сочинение этого рода носит название «О земном верстании, как земля верстать». Оно является частью «Книги сошного письма», написанной, как полагают, при Иване IV в 1556 г. Сохранившаяся копия относится к 1629 г. В этой рукописи все геометрические сведения сводятся к вычислению площадей квадрата, прямоугольника, треугольника и равнобокой трапеции. Площади первых двух фигур определяются правильно. А вычисления площадей треугольников и трапеций даны с грубыми приближениями.

В 1703 г. появилась «Арифметика» Магницкого, содержащая отдельные сведения практической геометрии, в том числе и некоторые правила Герона. В 1708 г. вышел первый печатный русский учебник геометрии, озаглавленный «Геометрия словенски землемерие». Второе издание этой книги, посвященной геометрическим построениям, вышло через год и было названо «Приемы циркуля и линейки». Изданная в 1714 г. «Геометрия практика» содержит преимущественно сведения для вычислений, ее можно считать первым русским руководством по тригонометрии. Эти книги начала XVIII в., появившиеся в связи с Петровскими преобразованиями, носили практический характер, наподобие западноевропейских руководств «практической геометрии» XVII и начала XVIII вв.

Изопериметрический коэффициент комфортности жилища

В обычной жизни мы часто слышали расхожую фразу: «Круг и шар – наиболее совершенные фигуры». Какой смысл вкладывается в это высказывание?

Мы узнали, что в планиметрии известна такая теорема: «Из всех изопериметрических плоских фигур наибольшую площадь имеет круг». Другими словами эту теорему можно сформулировать иначе: «Из всех плоских фигур равного периметра наибольшую площадь имеет круг».

Аналогом, в стереометрии этой последней формулировке теоремы будет такая теорема: «Из всех тел равного объема наименьшую поверхность имеет шар». Изопериметрическое неравенство для объемных тел будет записано в следующем виде: $\frac{36\pi V^2}{S^3} \leq 1$, где V – объем тела, S – площадь полной поверхности тела.

Попытаемся это доказать, используя имеющиеся у нас на данный момент знания. Пусть V – объем тела, S – площадь полной поверхности тела. Допустим, что данное тело шар с радиусом r являются изопериметрическими: $S = 4\pi r^2$, тогда $V \leq \frac{4}{3}\pi r^3$.

Подставляя вместо r его выражение через S ($r = \sqrt{\left(\frac{S}{4\pi}\right)}$), преобразуем неравенство $V \leq \frac{4}{3}\pi \sqrt{\left(\frac{S}{4\pi}\right)^3}$. Получим $\frac{36\pi V^2}{S^3} \leq 1$.

Предположим, что частное $\frac{36\pi V^2}{S^3}$ зависит только от формы фигуры и не зависит от его размеров. Допустим, что эта закономерность справедлива при изменении линейных размеров в любом отношении. Частное $\frac{36\pi V^2}{S^3}$ принято называть изопериметрическим коэффициентом комфортности K , т.е. $K = 36\pi V^2/S^3$, где V – объем жилища, S – полная поверхность жилища, включая и пол. Изопериметрический коэффициент K всегда меньше единицы или равен ей.

Вычисление коэффициента комфортности жилья разной геометрической формы

Геометрия архитектуры окружающих нас зданий разнообразна. Как известно, разные народы строили для себя жилье разных форм, видимо, строители руководствовались известными им принципами. Рассчитаем с помощью изопериметрической формулы коэффициент комфортности для различных видов жилья.

Исследование на коэффициент комфортности жилья формы куба. Коэффициент комфортности жилья будем вычислять по формуле :

$$\kappa = \frac{36\pi V^2}{S^3}$$

Подавляющее число жилых зданий имеет форму куба или прямоугольного параллелепипеда.

Дано: куб с ребром a .

Найти: коэффициент комфортности

Решение: 1) Найдем объем куба: $V = a^3$

2) Найдем площадь полной поверхности: $S_{п.п.} = 6a^2$

$$\kappa = \frac{36\pi a^6}{216a^6} = \frac{\pi}{6} = 0,52(3)$$

3) Найдем коэффициент комфортности $<1, =>$
жилье формы куба не очень комфортное!

Исследование на коэффициент комфортности жилища формы прямоугольного параллелепипеда.

Дано: жилище формы прямоугольного параллелепипеда с измерениями $a=8\text{м}$, $b=4\text{м}$, $c=4\text{м}$.

Найти: коэффициент комфортности

Решение:

1) Найдем объем прямоугольного параллелепипеда: $V = abc = 128\text{м}^3$

2) Найдем площадь полной поверхности: $S_{\text{п.п.}} = 2(ab+bc+ac) = 160\text{ м}^2$

3) Найдем коэффициент комфортности $= \frac{36\sqrt{128^2}}{160^3} \approx 0,45216$ $<1, =>$ жилище формы прямоугольного параллелепипеда не очень комфортное!

Исследование на коэффициент комфортности жилища пирамидальной формы

Уже многие тысячелетия, по разным оценкам от 4500 до 200000 лет, человечеством, создаются различные конструкции пирамидальной формы. Пирамиды найдены на всех континентах и даже обнаружены на Марсе. Создание Великих Пирамид приписывается и египтянам, и атлантам и даже инопланетянам. Причины, по которым человечество древнего мира выбрало для строительства первых высотных зданий форму пирамиды, очевидны:

Причина номер один: Форму пирамиды подсказала сама природа. Если попробовать из сыпучих материалов на ровной поверхности сделать возвышение методом насыпки сыпучего материала в одну кучу, не пользуясь скрепляющим материалом в виде прутьев, досок, закрепляющих растворов, то можно получить форму неправильных конусообразных – пирамидальных фигур.

Причина номер два: Форма пирамиды в строительстве при определенных условиях является самым надежным и крепким сооружением. У пирамиды сила тяжести направленно вовнутрь, чтобы она не провалилась нужно каменную стенку подпирать очень крепкими подпорками. В древнем мире подобных подпорок не было, и поэтому пирамиды строились без пустот, если не считать маленьких комнат и коридоров и которые занимали внутри пирамиды не более двух процентов пространства. Соответственно, с точки зрения практичности они являются бесполезными зданиями. Даже в древнем мире они использовались как возвышенности для жертвоприношения, или как гробницы.

Причина номер три: Используя материалы, технология, и приспособления, которые использовались в древнем мире, можно было построить архитектурные сооружения только в виде пирамиды. Для того чтобы поднять тяжелые предметы на большую высоту необходимы устройства наподобие лебёдок, лифтов, кранов. В древнем мире подобные устройства не могли использоваться из – за несовершенства материалов и технологий. Например: практически во всех механизмах для подъема тяжелых предметов на большую высоту используются металлический трос, или, в крайнем случае, канаты высокой прочности. В древнем мире использовались канаты, изготовленные из растительных или животных волокон. Сделать прочный и очень длинный канат из подобных материалов не представляется возможным.

В современном мире существуют здания пирамидальной формы.

Дано: правильная четырехугольная пирамида, $a=5$ м, $H=4$ м

Найти: коэффициент комфортности

Решение:

1. Найдем площадь основания: $S_{осн.} = a^2 = 25 \text{ м}^2$

2. Найдем площадь боковой поверхности: $S_{б.п.} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4^2 + 2,5^2} \cdot 5 \approx 47 \text{ м}^2$

3. Найдем площадь полной поверхности: $S_{п.п.} = S_{осн.} + S_{б.п.} = 72 \text{ м}^2$

4. Найдем объём: $V = \frac{1}{3} a^2 h = 33(3) \text{ м}^3$

5. Найдем коэффициент комфортности: $\kappa = \frac{36 \pi 33,3^2}{72^3} \approx 1,335$

коэффициент далек от 1, жилье не комфортное!

Исследование на коэффициент комфортности жилья конусообразной формы

Чум является универсальным жилищем северных народов. Это переносная конусообразная палатка, форма которой является приспособленной, целесообразной для тундры. Коническая форма является наиболее удобной, так как с крутой поверхности чума снег скатывается, не задерживаясь, поэтому при переезде на другое место без разгребания и очистки чум можно разобрать. Форма конуса делает жилище устойчивым при метелях и сильных ветрах. Интересно, как чувствует себя человек в доме конусообразной формы с точки зрения комфортности.

Дано: жилище конусообразной формы $h=4$ м, $r=3$ м.

Найти: коэффициент комфортности

Решение: 1) Найдем объем конуса: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 37,68 \text{ м}^3$

2) Найдем площадь полной поверхности: $S_{п.п.} = \pi r^2 + \pi r l = 75,36 \text{ м}^2$

3) Найдем коэффициент комфортности $\kappa = \frac{36\pi 37,68^2}{75,36^3} \approx 0,3175$
коэффициент далек от 1, жилье не комфортное!

Исследование на коэффициент комфортности жилья цилиндрической формы

Достаточно знаменит дом Константина Мельникова в Москве - шедевр русского авангарда, входящий во все учебники по архитектуре 20 века. По форме он напоминает два врезанных друг в друга бетонных цилиндра разной высоты и заключают в себе удобную по планировке трехуровневую квартиру. Выбор цилиндрической формы архитектор объяснял тем, что в таком пространстве при отсутствии прямых углов полезная площадь намного больше, чем в традиционных зданиях. Не менее известен «AquaDom» – это 25-метровый аквариум цилиндрической формы из акрилового стекла, построенный вокруг прозрачного лифта. Он находится в отеле «Radisson SAS Hotel» в Берлине. Вычислим коэффициент комфортности проживания в цилиндрическом доме.

Дано: цилиндр, $h=3\text{м}$, $R=2\text{м}$.

Найти: коэффициент комфортности

Решение: $S_{\text{полн.п.}} = 2\pi R(R+H) = 2 \cdot \pi \cdot 2(2+3) = 20\pi \approx 62,8 \text{ м}^2$

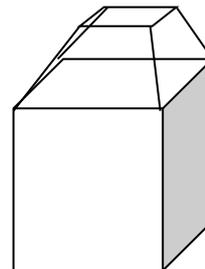
$V = S_{\text{осн.}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h = 12\pi \approx 37,68 \text{ м}^3$

$\kappa = \frac{36\pi 37,68^2}{62,8^3} \approx 0,648$ ем не менее, пока это наибольший из полученных коэффициентов.

Невольно начинаешь верить в историю цилиндров Фараона, воссозданную физиком Владимиром Ковтуном. В этих исследованиях принимали участие медики, физики, египтологи, экстрасенсы и парапсихологи. Результаты исследований поразили ученых. Оказалось, что Цилиндры Фараона обладают широчайшим спектром благотворного воздействия на организм человека. В него входят: помощь при сердечно-сосудистых заболеваниях, нейротрофических, гипертонии, болезнях выводящих путей, астме, бессоннице, головных болях а также в качестве средства для снятия стрессов и профилактики атеросклероза. Одна из удивительных особенностей Цилиндров Фараона - улучшение работы практически всех основных систем организма (показатели работы этих систем улучшаются в среднем в 2 - 2.5 раза). Согласно результатам экспериментов врача Т. Мешковой Цилиндры Фараона защищают от воздействия излучений различной электронной техники: компьютеров, телевизоров, микроволновых печей и т.д.

Исследование на коэффициент комфортности комбинированного жилья

Рассмотрим несколько примеров вычисления коэффициентов комфортности комбинированного жилья.



Жилье – прямоугольный параллелепипед – усеченная пирамида;

Дано: $a=6\text{м}$, $b=4\text{м}$, $c=8\text{м}$, $a_1=3\text{м}$, $b_1=2$, $h=3$.

Найти: коэффициент комфортности

Решение:

Найдём объём и площадь поверхности параллелепипеда:

$$V_1=abc=192\text{м}^3, S_1=6\cdot 4+6\cdot 8\cdot 2+8\cdot 4\cdot 2=184\text{м}^2$$

Найдём объём и площадь полной поверхности усечённой пирамиды

$$V_2 = h \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) / 3 = 42\text{м}^3$$

$$S_{\text{поверх}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = 55,2$$

Найдём объём и полную поверхность комбинации тел

$$V = V_1 + V_2 = 234,2 \text{ м}^3, S = 239,2\text{м}^2, K = 36\pi v^2 \sqrt{S^3} = 0,45 < 1$$

Жилье – полусфера – цилиндр.

Дано: $R=2$, $h=5$. Найти: коэффициент коэффициент комфортности.

Решение: $V_{\text{цилиндра}} = \pi R^2 h = 251,2 \text{ м}^3$, $V_{\text{полусфера}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = 133,973 \text{ м}^3$, $V_{\text{тела}} = 385,17 \text{ м}^3$.

$S_{\text{цилиндра}} = 2\pi R h + \pi R^2 = 175,84 \text{ м}^2$, $S_{\text{полусферы}} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi R^2 = 100,48 \text{ м}^2$, $S_{\text{тела}} = 276,32 \text{ м}^2$

$K = 36\pi v^2 \sqrt{S^3} = 0,7949 < 1$

Исследование на коэффициент комфортности жилья сферической формы

Современное строительство предлагает дома сферической формы.

Дано: жилье шарообразной формы радиусом R .

Найти: коэффициент комфортности

Решение: $S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, $\kappa = \frac{36\pi \cdot (\frac{4}{3} \pi R^3)^2}{(4\pi R^2)^3} = 1$

Мы получили наибольший возможный коэффициент. Дом - сфера комфортен для жилья.

Известно, что природа, в отличие от нашего традиционного строительства, не создаёт сложные, немобильные конструкции и технологии.

Идеальной формой, наиболее близкой природе, как известно, является шар. С точки зрения эниологии – науки об энергоинформационном обмене в природе и обществе – купола и своды обладают свойством распределения концентраций энергонапряжений. Круглым формам присуще равномерное поле без существенных зон напряжений и патогенных аномалий, в отличие от углов, особенно близких к 90 градусам.

Преимущества и возможности строительства сфер:

- Согласно изопериметрической теореме из всех тел равного объема наименьшую поверхность имеет шар. Это означает, что на шарообразные сооружения нужно материалов меньше, чем на иные.
- Прочность сферы обеспечена равномерным распределением нагрузок на все точки поверхности. Она превосходно работает на сжатие и на изгиб.
- Сфера является наилучшей формой от ветровых и снеговых нагрузок.
- Создание сферы отличает минимальная материалоемкость, трудоемкость и длительность возведения.
- Сферическая форма сама по себе является энергосберегающей, к тому же она изготавливается практически бесшовной, что минимизирует теплопотери, и снижает затраты на устройство отопительной системы.
- Отсутствие арматуры в стенах.

- В сферических сооружениях нет углов, где обычно застаивается воздух, их легче проветривать.
- Легкость и прочность сфер обуславливает целесообразность их строительства в сейсмически опасных районах.
- Сферу значительно сложнее разрушить взрывами, даже пробитая в одном или нескольких местах, она не теряет своих конструктивных способностей и не «складывается».
- Можно создавать сферические многоярусные городские структуры, используя минимальные площади под фундаменты, развивая пространственные композиции над трассами.

С помощью математических расчетов получены следующие результаты комфортности жилья таблица 1:

№п/п	Вид жилья	Коэффициент комфортности, к
1	Куб	0,52
2	Прямоугольный параллелепипед	0,45216
3	Пирамида	0,335
4	Конус	0,375
5	Цилиндр	0,648
6	Комбинированное: усеченная пирамида и прямоугольный параллелепипед	0,45
7	Комбинированное: полусфера и цилиндр	0,79
8	Сфера	1

Вывод: У всех жилищ разной формы различный изопериметрический коэффициент комфортности, и существует жилище, имеющее наилучший изопериметрический коэффициент. Дом - сфера имеет самый большой коэффициент комфортности. Дом - сфера комфортен для жилья. Однако, на практике таких домов встречается пока мало! Эта купольная технология для России еще новинка, потому ее точного описания, как и подробных (поэтапных) инструкций, пока немного.

Сравнивая коэффициенты комфортности жилищ (k) различных народов одной геометрической формы в условиях изменения их размеров мы пришли к следующим выводам:

1. Из жилищ конической формы самым комфортным является восточносибирский чум ($k = 0,375$). Уменьшая первоначальные значения радиуса на 1 метр или в 2 раза, мы увеличили коэффициент комфортности до 0,472 и 0,499 соответственно;

2. Жилища цилиндрической формы (народов Хинди и Кинди) имеют $k=0,63$. Т.е. коэффициент комфортности этих жилищ не зависит от их размеров. Чтобы увеличить комфортность жилища мы, рассмотрев различные варианты, могли бы предложить для жилищ народов Хинди увеличить высоту на 1 м ($k=0,665$), а для жилищ народов Кирди уменьшить высоту на 1 м. ($k=0,667$);

3. Жилища – комбинации цилиндрического и конического тел имеют значение коэффициента комфортности от 0,568 до 0,677. Поразителен тот факт, что казахская юрта (min размера) и жилище чукчей имеют одинаковый коэффициент комфортности $k=0,568$ (разное географическое положение, климат, культура и традиции этих народов). Юрта (max размера) в нашем исследовании имеет самый высокий коэффициент, равный 0,677. Для увеличения коэффициента комфортности юрты (max размера) мы уменьшили радиус на 1 м. и получили $k = 0,723$.

4. У жилищ европейцев коэффициент комфортности в среднем равен 0,5. Для европейцев самым комфортным будет жилище в форме куба с $k = 0,523$.

После полученных нами результатов исследования, мы попытались создать наиболее комфортное жилище в современных условиях для нас (европейцев). Мы решили подобрать форму современного временного жилища для отдыха на природе. Для этого мы вы выбрали палатку в форме треугольной призмы и в форме полуцилиндра. У нас получилось что, что при одинаковых линейных размерах (длина $l=2$, $h=r=1,3$) наиболее комфортной будет палатка полуцилиндрической формы. Для таких размеров коэффициент комфортности выше и для палатки-призмы и для палатки-полуцилиндра, чем для других размеров, приведенных в таблице. Вообще, для полуцилиндрической формы мы получили самый высокий коэффициент комфортности, равный 0,76. Таким образом, при строительстве современных домов нужно использовать форму полуцилиндра, например, для лоджий или в построении дачных домов.

Заключение

В ходе исследования мы изучили и исследовали изопериметрический коэффициент комфортности жилища, изучили теоретический материал для вычисления площади и объема геометрических тел, проанализировали параметры и характеристики жилищ разных форм, определили и сравнили комфортность жилищ разных народов, предложили свои математические характеристики для повышения коэффициента комфортности жилищ.

Очевидно, в скором будущем преимущества сферы будут использованы в архитектуре, и новые города будут содержать дома - сферы, полусферы в комбинации с цилиндрами. Тенденции к округлости форм уже налицо в автомобилестроении, оформлении интерьеров, не заставят себя ждать они и в строительстве жилья.

Так какой же дом лучше? Безусловно, для каждого человека лучше тот дом, в котором он вырос или живет сейчас. И в этой работе была предпринята попытка сделать маленький шаг навстречу возможности проектировать и строить эти дома уютнее и комфортнее.

Список литературы

1. Л.С. Атанасян. Геометрия 10-11, Просвещение, 2003.
2. С.Б. Проскуряков. Строители пирамид из созвездия Большого пса, Орел, "Книга", 1992.
3. Ван дер Варден. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции, Пробуждающая наука. Перевод с голландского И.Н.Веселовского, Москва, 1959.
4. Н.А. Заиченко Нужна ли математика в жизни? [Электронный ресурс].
5. Б.В. Гнеденко. Математика в современном мире. - М.: Просвещение, 2005. - 177 с.
6. Г.И. Глейзер. История математики в школе. - М.: Просвещение, 1984.
7. Н. Ф. Гуляницкий. Архитектура гражданских и промышленных зданий в пяти томах. Том I. История архитектуры. – М.: Строиздат.1984.
8. А. В. Волошинов. Математика и искусство.— М.: Просвещение, 2000.

Приложения

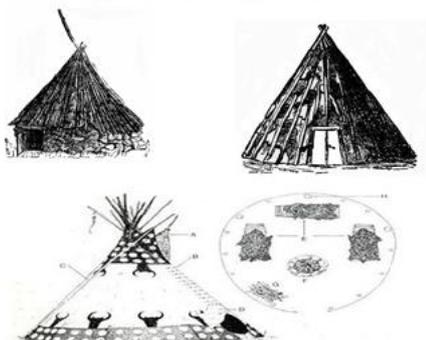
Архитектурные сооружения в форме параллелепипеда и куба



Архитектурные сооружения в форме пирамиды



Архитектурные сооружения в форме конуса



Архитектурные сооружения в форме цилиндра

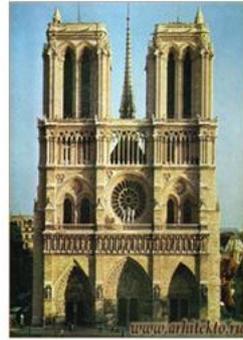


Благовещенская башня Московского Кремля.



Биг-Бен — едва ли не самые знаменитые в мире башенные часы. Расположены в башне с восточной стороны Вестминстерского дворца в городе Лондон

Архитектурные сооружения в форме
других комбинаций



Архитектурные здания в форме сферы



